

Esercitazione : Matrice dei dati centrati e standardizzati

Esercitatrice: Chiara Gaia Magnani

Example 0.1. (a) Calcolare la traccia della matrice di centramento H $n \times n$

(b) Calcolare $H \mathbf{1}$ $n \times n \times 1$

(c) Si supponga che \mathbf{a} $n \times 1$ è un vettore i cui elementi sommano 0. Calcolare $H \mathbf{a}$ $n \times n \times 1$

Example 0.2. Sia $J = \frac{1}{n} \mathbf{1}\mathbf{1}'$, quindi $H = I - J$.

(a) Calcolare $J \mathbf{a}$ $n \times n \times 1$ per un generico vettore \mathbf{a} .

(b) Si dimostri che J $n \times n$ è una matrice idempotente.

Example 0.3. Si consideri una matrice dei dati X $n \times p$ con vettore delle medie $\bar{x} = [3, 2, -2, 0]'$ e matrice di varianza e covarianza

$$S = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

1. Calcolare il vettore delle medie di $Y = XA'$.
2. Calcolare la matrice di varianza e covarianza di $Y = XA'$.
3. Quali coppie di colonne della matrice Y hanno correlazione pari a zero?

Example 0.4. Si consideri una matrice dei dati X $n \times p$ con vettore delle medie $\bar{x} = [2, 4, -1, 3, 0]'$ e matrice di varianza e covarianza

$$S = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 1/2 & 1 & 6 & 1 & -1 \\ -1/2 & -1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

si consideri la partizione della matrice X in due sottomatrici $A = [x_1 \ x_2]$ e $B = [x_3 \ x_4 \ x_5]$, dove A è la matrice corrispondente alle prime due colonne di X mentre B è la matrice corrispondente alle ultime tre colonne di X .

Calcolare le seguenti quantità:

- 1. vettore delle medie di A e vettore delle medie di B*
- 2. matrice di varianza e covarianza di A e matrice di varianza e covarianza di B*
- 3. La covarianza tra la prima colonna di A e la prima colonna di B.*