CdL in Scienze Statistiche ed Economiche - Università degli Studi di Milano-Bicocca

Esercitazione : Varianza totale e generalizzata.

Esercitatrice: Chiara Gaia Magnani

Example 0.1. *Siano S e $\tilde{S}$ due matrici di varianze e covarianze definite come segue:*

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$\tilde{S} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Si calcolino per S e $\tilde{S}$ la varianza totale e la varianza generalizzata e si confrontino i risultati.

Example 0.2. *Quando la varianza generalizzata é zero sono le colonne della matrice dei dati centrati ad essere linearmente dipendenti e non necessariamente le colonne della matrice dei dati. Si consideri la seguente matrice*

$$X = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & 2 \\ 7 & 0 & 3 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix} \tag{3}$$

1. Mostrare che le colonne di X risultano linearmente indipendenti.
2. Calcolare la matrice dei dati centrati $\tilde{X}$ e si verificare che le colonne sono linearmente dipendenti specificando il vettore a che stabilisce la dipendenza.
3. Si calcoli la matrice di varianze e covarianze S e la varianze generalizzata $det(S)$.

Example 0.3. *Si individui l'ellisse $(x - \bar{x})S^{-1}(x - \bar{x}) \leq 1$ definita dalle tre matrici*

$$S_1 = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad S_2 = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \quad S_3 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \tag{4}$$